

בני גורן

החלפת שאלות במבחנים שבסוף הספר:

מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ב'-2- שאלון 035806 / 035581 (אדום-סגול)

אחרי שהספרים מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ב'-1 שאלון 035581 / 035806

ומתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ב'-2 שאלון 035581 / 035806 הופיעו, הפיקוח על המתמטיקה החליט להוציא מתכנית הלימודים ל- 5 יחידות לימוד את הנושאים הבאים:

1) בעיות תערובות ותמיסות.

2) סדרות מעורבות (חשבונית והנדסית).

3) אינדוקציה.

4) בעיות קיצון עם פירמידה.

הפיקוח על המתמטיקה לא הסכים שתופענה מהדורות חדשות של הספרים הנ"ל שבהם לא יופיעו הנושאים שהוצאו מהתכנית. לכן החלטתי להוציא את הקובץ הזה שהוא נגיש לכל התלמידים בחינם.

הקובץ כולל 30 שאלות, שנועדו להחליף את 30 השאלות שמבוססות על נושאים שהוצאו מתכנית הלימודים ומופיעות במבחנים שבסוף הספר מתמטיקה (5 יחידות לימוד) חלק ב' 2- שאלון 035581 / 035806.

לכל מבחן שבו הופיעה בספר שאלה שלא בתכנית מופיעה בקובץ זה שאלה שנועדה להחליף אותה.

רצוי להדפיס את השאלות שבקובץ זה ולשלבן בזמן פתירת המבחנים. בצורה כזאת בכל מבחן תהיינה 9 שאלות.

מיון השאלות להחלפה מופיע בעמ' 3.

התשובות לשאלות להחלפה מופיעות החל מעמ' 16.

הערות:

- 1) עפ"י המבנה החדש של שאלון 806 / 581 יש בו רק 8 שאלות וצריך לענות רק על 5 שאלות. **בפרק הראשון** (אלגברה והסתברות) – צריך לענות על **שתי** שאלות מתוך **שלוש** שאלות. **בפרק השני** (גיאומטריה וטריגונומטריה במישור) – צריך לענות על שאלה אחת מתוך **שתי** שאלות. **בפרק השלישי** (חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) – צריך לענות על **שתי** שאלות מתוך **שלוש** שאלות.
 - 2) בפרק השני יש שאלה בגיאומטריה ושאלה בטריגונומטריה במישור. לא תופיע שאלה שמשלבת גיאומטריה וטריגונומטריה במישור. על השאלה בגיאומטריה ניתן לענות גם בעזרת טריגונומטריה.
 - 3) הופיע **ספר עם מבחנים מעודכנים**, לפי **המבנה החדש**, שנכתב על ידי בני גורן ונקרא: **"מתמטיקה מבחני מתכונת שאלון 35806 / 35581 (5 יחידות לימוד)"**.
- המבחנים שבספר הם עפ"י המבחנים שבסוף הספר לשאלון 806 / 581 ב' - 2 מאת בני גורן והשאלות להחלפה לשאלון 806 / 581 שמופיעות בקובץ זה.

מיון השאלות להחלפה לפי נושאים

סעיף זה כולל את המיון של השאלות להחלפה שמופיעות בקובץ לפי נושאים. המספר משמאל לקו האלכסוני מסמן את מספר השאלה והמספר מימין לקו האלכסוני מסמן את מספר המבחן. למשל הסימון 2/1 פירושו שאלה 2 במבחן מספר ①. (שאלה 2 שבמבחן מספר ①) שבקובץ מחליפה את שאלה 2 שבמבחן מספר ① שבספר).

אלגברה

בעיות מילוליות

בעיות תנועה – 1/7, 1/11, 1/24.

בעיות הספק ועבודה – 1/21, 1/27, 1/40.

סדרות

סדרה חשבונית – 2/1, 2/9, 2/23, 2/25, 2/26, 2/30.

סדרה הנדסית – 2/2, 2/12.

סדרה הנדסית אינסופית – 2/2, 2/13, 2/22, 2/24, 2/34.

סדרות כלליות – 2/1, 2/7, 2/18, 2/20, 2/32, 2/36, 2/37.

נוסחאות נסיגה – 2/4, 2/21, 2/28, 2/30, 2/34, 2/38.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

בעיות קיצון במרחב – 8/25, 8/38.

השאלות להחלפה

מבחן מספר 1 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 639

2) א. (1) היעזר בשוויון $\frac{1}{(3n-2)^2} - \frac{1}{(3n+1)^2} = \frac{18n-3}{(3n-2)^2(3n+1)^2}$

ומצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים שלפניך:

$$\frac{15}{1^2 \cdot 4^2} + \frac{33}{4^2 \cdot 7^2} + \frac{51}{7^2 \cdot 10^2} + \dots + \frac{18n-3}{(3n-2)^2(3n+1)^2}$$

(2) מצא את ה- n הגדול ביותר עבורו סכום n האיברים הראשונים הנ"ל קטן מ-0.999.

ב. נתונה סדרה חשבונית שאיבריה הם: $59, 62, 65, \dots, (3n+8)$

הבע את סכום הסדרה באמצעות n ($n > 16$).

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

מבחן מספר 2 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 641

(2) נתונה סדרה a_n : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ונתונה סדרת הסכומים S_n : $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$

S_n הוא סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .

סדרת הסכומים S_n מקיימת לכל n טבעי: $S_{n+1} = P \cdot S_n + 5$, $S_1 = 5$, $P \neq 0$.

א. הוכח: הסדרה a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא P .

ב. נתון: $|P| < 1$.

I. $a_3, a_7, a_{11}, a_{15}, \dots$: II-1 a_n שתי סדרות הנדסיות, I ו-II:

II. $a_2, -a_4, a_6, -a_8, \dots$

T הוא הסכום של אין-סוף איברי הסדרה I,

R הוא הסכום של אין-סוף איברי הסדרה II.

הבע באמצעות P את היחס $\frac{R}{T}$. פשט את הביטוי ככל האפשר.

מבחן מספר 4 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 646

- (2) נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $a_1 = k$, $k \neq 4$
 $d \neq 0, t \neq 0$ $\begin{cases} a_{n+1} = t \cdot a_n - d \end{cases}$
 b_n היא סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $b_n = 2a_n - d$
 נתון שהסדרה b_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא t .
 א. מצא את t .
 ב. נתון: $a_2 = 10$, $a_3 = 22$. מצא את k ואת d .
 ג. מצא את a_{12} .

מבחן מספר 7 – שאלה זו היא במקום שאלה 1 שבעמ' 653

- (1) רן יצא מתל אביב לרחובות על אופניו, ורכב במהירות קבועה של v קמ"ש.
 כעבור $\frac{1}{2}$ שעה מרגע היציאה של רן, גם אילן יצא על אופניו מתל אביב לרחובות,
 ורכב באותו מסלול במהירות הגדולה ב-4 קמ"ש ממהירותו של רן.
 אילן ורן נפגשו בדרך לרחובות, ו- $\frac{1}{2}$ שעה לאחר הפגישה הגיע אילן לרחובות.
 מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות v , אם נתון כי מסלול הרכיבה מתל אביב
 לרחובות קטן מ-32 ק"מ וגדול מ-18 ק"מ.

מבחן מספר 7 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 654

- (2) נתונה סדרה שהאיבר הראשון שלה הוא $a_1 = \frac{1}{2}$
 סדרת ההפרשים של הסדרה הנתונה היא סדרה הנדסית שהאיבר הכללי שלה
 הוא $b \cdot 3^{n-1}$.
 א. הבע באמצעות b ו- n את הנוסחה לאיבר ה- n של הסדרה הנתונה.
 ב. נתון: $a_4 = 26.5$. מצא את הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של
 הסדרה הנתונה.

מבחן מספר 9 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 659

- (2) נתונה סדרה a_n . סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא:
- $$S_n = n^2 - 7n + [3 + 9 + 15 + \dots + (6n - 3)]$$
- א. מצא נוסחה לאיבר הכללי a_n בסדרה הנתונה.
ב. מתבוננים באיברים של הסדרה הנתונה, שערך כל אחד מהם קטן מ-105.
חשב את הערך הגדול ביותר שיכול להתקבל עבור סכום מסוים של איברים כאלה (לאו דווקא הסכום של כל האיברים).

מבחן מספר 11 – שאלה זו היא במקום שאלה 1 שבעמ' 664

- (1) רוכב אופנוע יצא מ-A, ובאותה שעה יצא רוכב אופניים מ-B.
הם רכבו זה לקראת זה ונפגשו בדרך.
רוכב האופנוע הגיע ל-B כעבור $\frac{1}{3}$ שעה מרגע הפגישה, ורוכב האופניים הגיע ל-A כעבור 3 שעות מרגע הפגישה (מהירויות הרוכבים היו קבועות).
א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופנוע למהירות של רוכב האופניים.
ב. נתון כי המרחק בין A ל-B גדול מ-100 ק"מ.
מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות של כל אחד מהרוכבים אם ידוע שמהירות רוכב האופנוע אינה עולה על 120 קמ"ש.

מבחן מספר 12 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 667

- (2) נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.
- א. הוכח שלכל n טבעי מתקיים: $a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_n^2 = (a_1 \cdot a_n)^n$
ב. נתון: $a_1^3 \cdot a_6^3 = 14,348,907$
(1) חשב את גודל המכפלה $a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_6^2$
(2) נתון גם $a_1 = 1$
חשב את גודל המכפלה $a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_7^2$
הערה: אתה רשאי להשאיר בתשובתך חזקות.

מבחן מספר 13 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 669

- (2) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$.
 סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6.
 מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$.
 סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 3-.
 מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$.
 א. הוכח שהסדרה השלישית היא סדרה הנדסית.
 ב. נתון שסכום n האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25.
 מצא את n .

מבחן מספר 18 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 682

- (2) נתונה הסדרה $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, \dots, 4n + 3$.
 א. רשום את איברי הסדרה עבור:
 $n = 1$ (1) $n = 2$ (2) $n = 3$ (3).
 ב. הבע באמצעות n את מספר איברי הסדרה (הוכח את תשובתך).
 ג. הראה שלכל n טבעי מתקיים:
 $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + \dots + (4n + 3) = 3n^2 + 8n + 4$.
 ד. הסדרה a_n מוגדרת לכל n טבעי באופן הבא: $a_n = 48n - 89 - b_n$.
 כאשר $b_n = (2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + \dots + (4n + 3)$.
 כמה איברים חיוביים יש בסדרה a_n ? נמק.

מבחן מספר 20 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 687

- (2) א. האיבר הכללי של סדרה הוא $a_n = b^n + (-1)^n$. k הוא מספר טבעי אי זוגי שעבורו מתקיים: $a_k = 31, a_{k+1} = 65$.
 (1) מצא את b ואת k .
 (2) הוכח שלכל n טבעי סכום $2n + 1$ האיברים הראשונים של הסדרה הנתונה הוא $S_{2n+1} = 4^{n+1} - 3$.
 ב. נתונה הסדרה (n מספר טבעי): $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, \dots, 4n - 1$.
 (המשך השאלה בעמוד הבא)

(1) רשום את איברי הסדרה עבור :

I. $n = 1$ II. $n = 2$ III. $n = 3$.

(2) הבע באמצעות n את מספר איברי הסדרה.

(3) הבע באמצעות n את סכום הסדרה.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

מבחן מספר 21 – שאלה זו היא במקום שאלה 1 שבעמ' 689

- (1) צינור הזרים לברכה 10 מ"ק מים בקצב קבוע. לאחר הפסקה של $\frac{1}{3}$ שעה הוגבר קצב ההזרמה של הצינור ב-5 מ"ק לשעה. בקצב המוגבר הזרים הצינור עוד 20 מ"ק מים. הזמן שהצינור הזרים את המים, כולל ההפסקה, זהה לזמן שהיה נדרש לצינור, לו היה מזרים 30 מ"ק מים בלי הפסקה בקצב שלפני ההגברה.
- א. חשב כמה זמן הזרים הצינור את המים עד ההפסקה.
- ב. נתון גם כי הצינור ממלא $\frac{1}{5}$ מנפח ברכה ריקה ב-12 שעות, כאשר הוא מזרים מים בקצב שלפני ההגברה.
- שני צינורות מזרימים יחד מים לברכה הריקה באותו קצב. קצב זה קטן מהקצב המוגבר של הצינור הנתון וגדול מהקצב שלפני ההגברה.
- באיזה תחום שעות יהיה הזמן שבו שני הצינורות ימלאו את הברכה?

מבחן מספר 21 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 689

- (2) סדרה מוגדרת על ידי כלל הנסיגה $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 7n + k \end{cases}$, k הוא פרמטר.
- א. הראה שהסדרה a_n אינה סדרה חשבונית.
- ב. מגדירים סדרה חדשה $b_n = 2a_n - 7n^2$. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.
- ג. נתון: $a_3 - a_2 = 19$.
- (1) חשב את k .
- (2) חשב את a_{20} .

מבחן מספר 22 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 692

(2) שתי סדרות הנדסיות אינסופיות מתכנסות a_1, a_2, a_3, \dots ו- b_1, b_2, b_3, \dots שכל האיברים שלהן הם חיוביים מקיימות:

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots = \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + \dots$$

נתון $b_1 = 2$ והמנה של הסדרה הראשונה היא $\frac{9}{16}$.

א. מצא את המנה q של הסדרה השנייה $(\frac{9}{16} < q < 1)$.

ב. בין כל שני איברים סמוכים של הסדרה הראשונה הכניסו איבר שלילי כך שהתקבלה סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת חדשה.

נתון שסכום הסדרה השנייה גדול פי $1\frac{1}{2}$ מסכום הסדרה החדשה.

מצא את a_1 .

מבחן מספר 23 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 694

(2) בסדרה חשבונית יש $2n + 1$ איברים. סכום $n + 1$ האיברים הראשונים בסדרה שווה לסכום n האיברים הראשונים בסדרה. נתון שהאיבר הראשון הוא שלילי.

א. קבע אם הסדרה עולה או יורדת. נמק.

ב. חשב את הסכום של $2n + 1$ האיברים של הסדרה.

ג. לכל איבר בסדרה הנתונה הוסיפו את המספר המציין את מקומו בסדרה (לאיבר הראשון הוסיפו 1, לאיבר השני הוסיפו 2 וכו').

הסכום של הסדרה החדשה גדול ב-1891 מהסכום של הסדרה הנתונה.

מצא את n .

מבחן מספר 24 – שאלה זו היא במקום שאלה 1 שבעמ' 696

(1) משאית יצאה מעיר A לעיר B. בדיוק באותו רגע יצאה מכונית מעיר B לעיר A. כאשר הגיעה המכונית ל-A היא חזרה מיד ל-B, וכאשר הגיעה ל-B היא מיד

שוב יצאה ל-A.

המכונית פגשה בדרכה את המשאית שלוש פעמים, לפני שהמשאית הגיעה ל-B.

(המשך השאלה בעמוד הבא)

הפגישה הראשונה הייתה כעבור 2 שעות מרגע היציאה של המכונית והמשאית לדרך.
 הפגישה השנייה הייתה כעבור $3\frac{1}{3}$ שעות מרגע היציאה.
 הפגישה השלישית הייתה במרחק 120 ק"מ מ-B.
 מצא את המהירות של המשאית (המהירויות של המשאית והמכונית אינן משתנות).

מבחן מספר (24) – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 697

- (2) הסכום של סדרה הנדסית אינסופית יורדת a_1, a_2, a_3, \dots שכל האיברים שלה חיוביים והמנה שלה q , הוא S .
 נתון גם: $(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \dots)^2 = T$, $T > S$.
 א. הבע את המנה q באמצעות T ו- S .
 ב. מצא את q אם נתון $\frac{S}{T} = \frac{1}{5}$.
 ג. הבע באמצעות S את הסכום הבא: $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots$.

מבחן מספר (25) – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 699

- (2) נתונה סדרה חשבונית.
 סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה גדול פי 4 מסכום n האיברים הראשונים בסדרה.
 מחקו את $2n$ האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.
 סכום n האיברים הראשונים בסדרה שנסארה לאחר המחיקה הוא $10n^2$.
 א. מצא את האיבר הראשון של הסדרה ואת ההפרש שלה.
 ב. בסדרה של $2n$ האיברים הני"ל שנמחקו הפכו את הסימנים של כל האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים.
 (1) הבע באמצעות n את סכום הסדרה של $2n$ האיברים שהתקבלה.
 (2) הבע באמצעות n את הסכום של $2n - 1$ האיברים הראשונים בסדרה שהתקבלה.

מבחן מספר 25 – שאלה זו היא במקום שאלה 8 שבועמ' 701

- 8) מלבן שהיקפו P ס"מ מסתובב סביב ישר שנמצא מחוץ למלבן ומקביל לשתיים מצלעות המלבן. הישר נמצא במרחק של 3 ס"מ מהצלע הקרובה אליו מבין שתי הצלעות שלהן הוא מקביל. ידוע שכאשר האורך של צלע של המלבן שניצבת לישר הוא 6 ס"מ אז נפח הגליל הישר החלול שמתקבל הוא מקסימלי.
- א. מצא את P .
- ב. מצא את הנפח המקסימלי של הגליל החלול.

מבחן מספר 26 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבועמ' 702

- 2) בסדרה חשבונית נתון שלכל n ו- m טבעיים מתקיים: $S_{nm} = n^2 \cdot S_m$, $S_n \cdot S_m = 4S_{nm}$.
- א. מצא את a_1 ואת d .
- ב. נתון שסכום הסדרה הנ"ל הוא 20,736.
- מצא את סכום כל האיברים בסדרה שמתחלקים ב-4 וגם ב-7 ללא שארית.

מבחן מספר 27 – שאלה זו היא במקום שאלה 1 שבועמ' 704

- 1) פועל I ופועל II עובדים במפעל לייצור חלקי חילוף.
- שני הפועלים מבצעים יחד עבודה מסוימת.
- קצב העבודה הרגיל של פועל I שונה מקצב העבודה הרגיל של פועל II.
- אם כל אחד מהפועלים יגביר את קצב העבודה הרגיל שלו ב-50%, ההפרש בין זמן העבודה של שני הפועלים יחד בקצב הרגיל ובין זמן העבודה שלהם יחד בקצב המוגבר יהיה $\frac{1}{7}$ מהזמן שנדרש לפועל I לבצע לבד את העבודה בקצב הרגיל שלו.
- א. מצא את היחס בין הזמן שבו פועל I מבצע לבד את העבודה ובין הזמן שבו פועל II מבצע לבד עבודה זו.
- ב. העבודה ששני הפועלים מבצעים יחד היא הכנה של 420 חלקי חילוף.
- הפועלים ביצעו יחד עבודה זו בקצב הרגיל שלהם ב-9 ימים.
- כמה חלקי חילוף ביום מכין לבד פועל I בקצב הרגיל שלו?

מבחן מספר 28 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 707

$$(2) \quad \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 4 \end{cases} \quad \text{נתונה סדרה המוגדרת לפי כלל הנסיגה:}$$

$$\begin{cases} b_1 = 7 \\ b_{n+1} = b_n + 4 \end{cases} \quad \text{ונתונה סדרה המוגדרת לפי כלל הנסיגה:}$$

א. היעזר בשוויון $\frac{1}{4n-1} \cdot \frac{1}{4n+3} = \frac{1}{4(4n-1)} - \frac{1}{4(4n+3)}$

והוכח שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{1}{a_1 \cdot b_1} + \frac{1}{a_2 \cdot b_2} + \frac{1}{a_3 \cdot b_3} + \dots + \frac{1}{a_n \cdot b_n} = \frac{n}{3(4n+3)}$$

ב. הראה שהסכום: $\frac{1}{a_{n+1} \cdot b_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2} \cdot b_{n+2}} + \frac{1}{a_{n+3} \cdot b_{n+3}} + \dots + \frac{1}{a_{2n} \cdot b_{2n}}$

שווה ל- $\frac{n}{a_{n+1} \cdot a_{2n+1}}$.

מבחן מספר 30 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 712

(2) א. האיבר הכללי של סדרה מקיים את שתי נוסחאות הנסיגה הבאות:

$$(1) \quad a_{n+1} = 6n - 1 - a_n \quad (2) \quad a_{n+1} = \frac{9n^2 - 3n - 2}{a_n}$$

מצא את האיבר הכללי של הסדרה וקבע איזו סדרה מתקבלת.

ב. ראובן משחק עם חבריו בגולות. כל משתתף מכניס בתורו גולות למשחק.

הזוכה בתור שלו, מרוויח מספר גולות הגדול פי 2 ממספר הגולות שהכניס באותו תור למשחק.

המפסיד בתור שלו, מפסיד את כל הגולות שהכניס באותו תור למשחק (ולא מקבל שום גולה).

ראובן הכניס בתור הראשון שלו 3 גולות, והפסיד.

הוא המשיך לשחק, ובכל תור הוא הכניס 2 גולות יותר משהכניס בתור הקודם שלו.

בתור השני הוא זכה, בתור השלישי הוא הפסיד, בתור הרביעי הוא זכה וכך הלאה.

בכל תור שבמקום אי זוגי הוא הפסיד, ובכל תור שבמקום זוגי הוא זכה.

בתום המשחק התברר שראובן הרוויח 75 גולות.

כמה תורים שיחק ראובן? (מצא את שתי האפשרויות).

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

מבחן מספר 32 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 718

- (2) נתונה הסדרה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$
 ונתון שלכל n טבעי מתקיים: $a_n = n! \cdot n$ ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)
 נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$
 א. הוכח שלכל n טבעי מתקיים: $S_n < a_{n+1}$
 ב. הראה שמתקיים: $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{20} < S_{21} - a_1$

מבחן מספר 34 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 723

- (2) א. נתונה סדרה המקיימת לכל n טבעי:

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

$$b_{29} + b_{30} = 5\frac{1}{3}, \quad b_{29} > 3$$

$$b_{n+2} = b_n$$

מצא את b_{10} .

- ב. בסדרה הנדסית אינסופית מתכנסת שכל האיברים שלה חיוביים והמנה שלה q מחקו את כל האיברים שמופיעים במקומות האי זוגיים.
 סכום הסדרה המקורית גדול פי p מסכום הסדרה החדשה.
 (1) הבע את p באמצעות q .
 (2) מצא את תחום הערכים האפשריים של p .
 (3) נתון: $q \geq \frac{p}{20}$. מצא באיזה תחום נמצא:
 (I) p . (II) q .
 הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

מבחן מספר 36 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 729

- (2) א. נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי $a_n = 1 - \frac{1}{n^2}$
 היעזר, בין היתר, בנוסחה $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ והוכח שלכל n טבעי
 הגדול מ-1 מתקיים: $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} \cdot \dots \cdot a_{2n-2} = \frac{2n-1}{2n}$
 ב. נסמן: $T_n = a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{n-1}$ עבור $n \geq 3$. נתון: $\frac{T_{2n-1}}{T_n} = \frac{199}{200}$.
 מצא את n .

מבחן מספר 37 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 731

(2) נתונה הסדרה החשבונית $3, 7, 11, \dots$. נסמן ב- a_n את האיבר הכללי של הסדרה.

$$\text{מגדירים סדרה נוספת עפ"י הכלל } b_n = \frac{2a_n}{a_n + 1} \text{ לכל } n \text{ טבעי.}$$

א. הוכח שהסדרה b_n עולה לכל n טבעי.

ב. מצא את ה- n הקטן ביותר עבורו מתקיים $b_n > 1.994$.

ג. ידוע שלכל n טבעי מתקיים $c \leq b_n < d$.

(d) הוא המספר הקטן ביותר שמקיים $b_n < d$ לכל n טבעי.

(1) מצא את c ו- d .

(2) הוכח את אי השוויון הני"ל.

מבחן מספר 38 – שאלה זו היא במקום שאלה 2 שבעמ' 735

(2) סדרה מוגדרת על ידי כלל הנסיגה $a_{n+1} = 5a_n + 4, a_1 = 1$.

א. הוכח שהסדרה המוגדרת על ידי $b_n = a_{n+1} - a_n$ היא סדרה הנדסית ומצא את

הנוסחה ל- b_n .

ב. נתון: $a_n = b \cdot 5^{n-1} + c$. מצא את b ו- c .

ג. מצא את הנוסחה לסכום $a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

ד. נתון: $a_n = k$. הראה שהסכום שבסעיף ג' שווה ל- $n - \frac{3}{4} + \frac{5}{4}k$.

מבחן מספר 38 – שאלה זו היא במקום שאלה 8 שבעמ' 736

(8) מהפינות של משולש שווה שוקיים וישר זווית, שכל אחד מהניצבים שלו הוא a ,

חתכו שני דלתונים ישרי זווית זהים וריבוע כמתואר בציור.

את המלבנים שנותרו קיפלו כלפי מעלה וכך התקבלה

מנסרה ישרה שהבסיס שלה הוא משולש שווה שוקיים

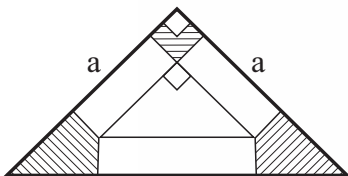
וישר זווית. המנסרה פתוחה מלמעלה.

א. הבע בעזרת a את הניצבים של בסיס המנסרה

עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

ב. מצא את a אם נתון שנפח המנסרה המקסימלי

הוא $16 - 8\sqrt{2}$ סמ"ק.



מבחן מספר (40) – שאלה זו היא במקום שאלה 1 שבעמ' 740

- (1) ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב-12 שעות.
אם ראובן חופר לבד $\frac{1}{3}$ מהתעלה, לאחר מכן שניהם חופרים ביחד $\frac{1}{4}$ מהתעלה
ולבסוף שמעון חופר לבד את יתר התעלה – החפירה מסתיימת כעבור $21\frac{1}{3}$ שעות.
כמה תעלות שלמות לכל היותר יחפור ראובן לבד בפחות מ-100 שעות?
התעלות זהות לתעלה הנתונה.
הספקי העבודה של שמעון וראובן אינם משתנים.

תשובות

מבחן מספר ① :

(2) א. $1 - \frac{1}{(3n+1)^2}$. (1) ב. $\frac{3n^2+19n-1072}{2}$. (2) ג. 10 .

מבחן מספר ② :

(2) א. $\frac{1-p^2}{p}$. ב.

מבחן מספר ④ :

(2) א. 3 . ב. $d = 8, k = 6$. ג. $354,298$.

מבחן מספר ⑦ :

(1) $8 < v < 12$.

(2) א. $a_n = \frac{b \cdot 3^{n-1} - b + 1}{2}$. ב. $S_n = \frac{3^n - 1 - n}{2}$.

מבחן מספר ⑨ :

(2) א. $a_n = 8n - 11$. ב. 689 .

מבחן מספר ⑪ :

(1) א. $\frac{3}{1}$. ב. מהירות רוכב האופנוע גדולה מ-75 קמ"ש וקטנה או שווה ל-120 קמ"ש. מהירות רוכב האופניים גדולה מ-25 קמ"ש וקטנה או שווה ל-40 קמ"ש.

מבחן מספר ⑫ :

(2) א. 3^{30} . (1) ב. 3^{42} . (2)

מבחן מספר ⑬ :

(2) א. 7 . ב.

מבחן מספר 18:

(2) א. (1) 3, 5, 7 (2) 5, 7, 9, 11 (3) 7, 9, 11, 13, 15. ב. $n+2$. ג. 7 איברים.

מבחן מספר 20:

(2) א. (1) $k=5, b=2$. ב. (1) I. 3. II. 5, 7. III. 7, 9, 11. (2) n. (3) $3n^2$.

מבחן מספר 21:

(1) א. $\frac{2}{3}$ שעה. ב. תחום השעות יהיה בין $22\frac{1}{2}$ שעות ל-30 שעות.

(2) ג. (1) 5. (2) 1429.

מבחן מספר 22:

(2) א. $\frac{2}{3}$. ב. 7.

מבחן מספר 23:

(2) א. עולה. ב. 0. (הערה: ניתן להסתמך על כך שעפ"י הנתון מקבלים

שמתקיים $a_{n+1} = 0$). ג. 30.

מבחן מספר 24:

(1) 30 קמ"ש.

(2) א. $q = \left(\frac{T-S}{T+S}\right)^2$. ב. $\frac{4}{9}$. ג. $-\frac{5}{13}S^2$.

מבחן מספר 25:

(2) א. $d=4, a_1=2$. ב. (1) $-4n$. (2) $4n-2$.

(8) א. 20 ס"מ. ב. 288π סמ"ק.

מבחן מספר 26:

(2) א. $d=8, a_1=4$. ב. 2800.

מבחן מספר 27 :

(1) א. $\frac{4}{3}$. ב. 20 חלקים.

מבחן מספר 30 :

(2) א. $a_n = 3n - 2$, חשבונית. ב. 10 תורים או 13 תורים.

מבחן מספר 34 :

(2) א. $1\frac{1}{3}$. ב. $p = \frac{q+1}{q}$ (1) $p > 2$ (2) $p > 2$ (3) $2 < p \leq 5$ (I) $\frac{1}{4} \leq q < 1$ (II) $\frac{1}{4} \leq q < 1$ (III)

מבחן מספר 36 :

(2) ב. 100.

מבחן מספר 37 :

(2) ב. 84 . ג. $d = 2$, $c = 1\frac{1}{2}$ (1)

מבחן מספר 38 :

(2) א. $b_n = 8 \cdot 5^{n-1}$. ב. $b = 2$, $c = -1$. ג. $\frac{1}{2}(5^n - 1) - n$

(8) א. $\frac{2}{3}a$, $\frac{2}{3}a$. ב. 6 ס"מ.

מבחן מספר 40 :

(1) 3 תעלות או 4 תעלות.