

**מדינת ישראל**

**משרד החינוך**

סוג הבחינה : בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה : קיץ תש"ף, 2020

מספר השאלון : 035581, **תכנית ניסוי**

נספח : דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

## **מתמטיקה**

### **5 יחידות לימוד – שאלון ראשון**

#### **הוראות לנבחן**

א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון – שאלות קצרות מכל הנושאים

פרק שני – גאומטריה , טריגונומטריה במישור, הסתברות

פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

חומר עזר מותר לשימוש :

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ג. הוראות מיוחדות :

(1) יש לכתוב את כל החישובים והתשובות במחברת הבחינה.

(2) אין צורך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(3) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(4) יש להסביר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(5) לטיוטה יש להשתמש בדפים שבמחברת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**בהצלחה !**

מבנה השאלון ונושאי השאלות – לפי ההתאמות שנעשו בקיץ תש"ף.  
ענה על חמש מהשאלות 1 – 7. לכל שאלה - 20 נקודות.

### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענה על שלושה מארבעת הסעיפים.

- א. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת שהביטוי  $5^n - 1$  מתחלק ב-4 ללא שארית לכל  $n$  טבעי.
- ב. קבע אם הטענה הבאה נכונה: שני משולשים שדומים זה לזה והשטחים שלהם שווים - חופפים זה לזה. נמק.
- ג. קבע אם הטענה הבאה נכונה: לפונקציה  $f(x) = \frac{x \cdot (x-3)}{(x-3)^2}$  אין אסימפטוטה אנכית, אך יש אסימפטוטה אופקית אחת. נמק.
- ד. קבע אם הטענה הבאה נכונה: אם נניח את גרף הפונקציה  $\sin x$  שמאלה ב- $\frac{\pi}{2}$  נקבל את גרף הפונקציה  $\cos x$ . נמק.

### פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה, הסתברות

2. במשולש ABC נתון כי CE, BD ו-AF הם תיכונים לצלעות המשולש.

הנקודה M היא מפגש התיכונים במשולש.

הקטעים ED ו-AM נפגשים בנקודה K (ראה ציור).

נסמן:  $MF = a$ .

א. הוכח כי EK הוא קטע אמצעים במשולש ABF.

ב. הבע את AK ו-KM באמצעות  $a$ .

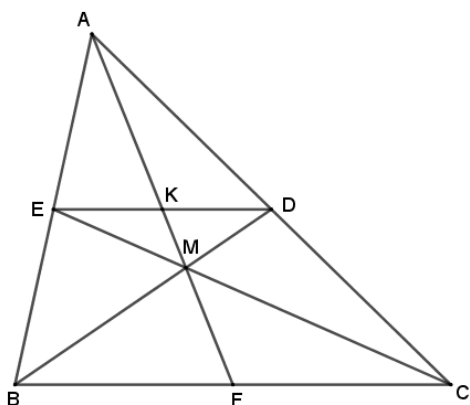
ג. חשב את היחס בין שטח המשולש AKD ובין שטח המשולש DKM.

ד. הוכח כי  $EK = KD$ .

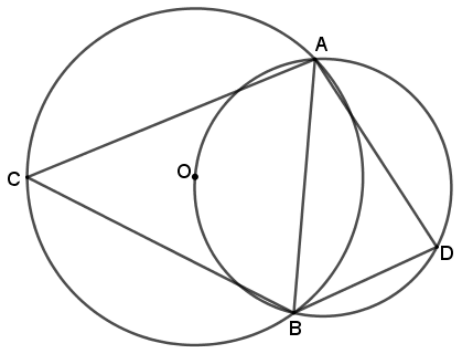
דרך הנקודות A, E, M ו-D עובר מעגל.

ה. (1) הוכח כי  $\Delta AKD \sim \Delta EKM$ .

(2) מהו יחס הדמיון בין המשולשים AKD ו-EKM?



3. שני מעגלים נחתכים בנקודות  $A$  ו- $B$ . הנקודה  $O$  היא מרכז המעגל הגדול שרדיוסו  $R$ . המעגל הקטן, שרדיוסו  $r$ , עובר דרך הנקודה  $O$ . הנקודה  $D$  נמצאת על המעגל הקטן, והנקודה  $C$  נמצאת על המעגל הגדול (ראה ציור).



נתון:  $\angle ADB = 2\alpha$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle ACB$ .

ב. הוכח שמתקיים:  $R = 2r \sin \alpha$ .

ג. נתון:  $\alpha = 40^\circ$ ,  $r = 10$  ס"מ,  $AD = 1.5BD$ ,

חשב את היקף המרובע  $ACBD$ .  $CA = CB$ .

4. בשנת הלימודים הראשונה במכללה גדולה בעיר נדרשים הסטודנטים לבחור קורס חובה אחד מתוך שלושה קורסי חובה אפשריים: קורס א', קורס ב', או קורס ג'.

התברר כי מחצית מהסטודנטים בחרו בקורס א', רבע מהסטודנטים בחרו בקורס ב', והשאר בחרו בקורס ג'. מחצית מהסטודנטים בשנה הראשונה גרים בעיר.

נתון כי אין תלות בין המגורים בעיר לבין הבחירה בקורס א'.

א. מהי ההסתברות שסטודנט בחר בקורס א' וגר בעיר?

נתון שבקורס ב' יש תלות בין המגורים בעיר לבין הבחירה בקורס.

ב. האם ייתכן ש- $\frac{1}{8}$  מהסטודנטים הם כאלו שבחרו בקורס ב' וגרים בעיר? נמק.

נתון בנוסף, כי בקורס ב', מספר הסטודנטים שלא גרים בעיר הינו כפול ממספר הסטודנטים שגרים בעיר.

ג. (1) מבין הסטודנטים שבחרו בקורס ג', מהי ההסתברות לבחור סטודנט שגר בעיר?

(2) לצורך השתתפות בפגישה עם ראש העיר, מוציאים בזה אחר זה, באופן אקראי,

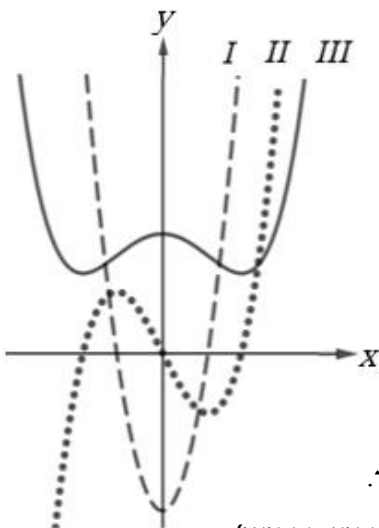
סטודנטים מכיתת הלימוד של קורס ג', עד שיוצאים 2 סטודנטים שגרים בעיר.

מהי ההסתברות שהוצאו 3 סטודנטים לצורך כך?

**פרק שלישי – סדרות, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

5. נתונה סדרה הנדסית בת  $2n$  איברים.  
 נתון כי סכום הסדרה גדול פי 5 מסכום האיברים במקומות האי זוגיים.  
 א. חשב את מנת הסדרה.  
 נתון כי בסדרה יש 3 איברים עוקבים שמכפלתם שווה ל-1.  
 ב. (1) הראה כי קיים איבר בסדרה שערכו שווה ל-1.  
 (2) האם ייתכן כי האיבר הראשון בסדרה שווה ל-1? נמק.  
 נתון כי האיבר הרביעי בסדרה שווה ל-4. סכום 2 האיברים האחרונים בסדרה הוא 1,280.  
 ג. מצא את מספר האיברים בסדרה.

6. לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות  $f''$ ,  $f'$ ,  $f$



- המוגדרות לכל  $x$ .  
 גרף III חיובי לכל  $x$ .  
 א. התאם כל אחד מהגרפים I, II, III לפונקציות  $f''$ ,  $f'$ ,  $f$ . נמק את קביעתך.  
 נתון כי  $f'(x) = 2x \cdot (x^2 - 1)^n$ ,  $n$  הוא פרמטר טבעי.  
 ב. האם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? הוכח את תשובתך.  
 ג. היעזר בגרף של  $f'(x)$ , וקבע אם  $n$  הוא מספר זוגי או אי זוגי. הסבר.  
 ד. נתון כי השטח שבין גרף II לבין ציר ה- $x$  שווה ל-1 (ברביע השני וברביע הרביעי). חשב את  $n$ .

7. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin x \cdot \cos^2 x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

א. מצא, בתחום הנתון, את:

(1) שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

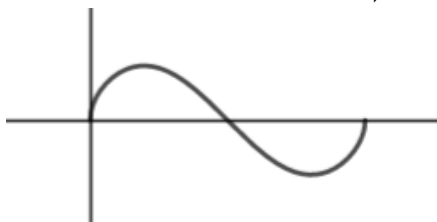
(2) שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ג. בחר, מבין הגרפים הבאים, את הגרפים המתאימים לפונקציות:

$g(x) = \cos x \cdot \sqrt{\sin x}$  ו-  $h(x) = \sqrt{\sin x \cdot \cos^2 x}$  בתחום הנתון. נמק בחירותיך.

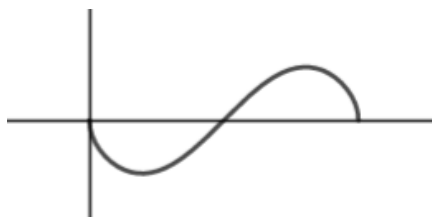
גרף ב



גרף א



גרף ד



גרף ג



## בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך