פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

קיץ תשפ"ו 2026, מועד א', שאלון 35472 (גרסה ג)

נכתב על ידי יוסף שבאט

1. **א.** **נתון:** $d=6$

$$a_1+a_4=140$$

$$a_1+a_1+3d=140$$

$$2a_1+3\cdot 6=140$$

$$2a_1=122$$

$$a_1=61$$

ב.

$$S_{14}=\frac{\left[2\cdot 61+(14-1)\cdot 6\right]\cdot 14}{2}$$

$$S_{14}=1,400$$

ג. **כמות גלידת הווניל שהכינו:** $1,400-630=770$

הכמות שהכינו ביום האחרון: $a_{14}=81$

$$a_1+13d=81$$

נציב בנוסחת סכום: $770=\frac{[a_1+81]\cdot 14}{2}$

$$110=a_1+81$$

$$29=a_1$$

נציב במשוואה $a_1+13d=81$ **:** $29+13d=81$

$$13d=52$$

$$d=4$$

bennygoren.co.il

ד. נתון: $S_n = 1400 + 770 = 2170 \ , \ q = 2 \ , \ n = 5$

לפי נוסחת סכום סדרה הנדסית: $2170 = \frac{a_1 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1}$

$$2170 = 31a_1$$

$$70 = a_1$$

ביום הראשון מכרו 70 ק"ג.

2. נתון: $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

א. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$$

$$\overrightarrow{BS} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AS}$$

$$\overrightarrow{BS} = -\underline{u} + \underline{w}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SE}$$

$$\overrightarrow{AE} = \underline{w} - \frac{1}{2}\left(-\underline{u} + \underline{w}\right)$$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$$

$$\overrightarrow{AF} = \underline{v} - \frac{1}{3}\left(-\underline{u} + \underline{v}\right)$$

$$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$$

ב. נחשב את שטח בסיס הפירמידה: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \sin 120^\circ$

$$S_{\Delta ABC} = 36\sqrt{3}$$

נפח הפירמידה: $V = \frac{1}{3} \cdot 36\sqrt{3} \cdot 16$

$$V = 192\sqrt{3}$$

ג. (1) $\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|\cdot\cos\sphericalangle BAC$

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=12\cdot12\cdot\cos120^{\circ}$$

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=-72$$

(2) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\left(\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{w}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{2}{3}\underline{v}\right)$

$$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\frac{1}{6}\underline{u}^2+\frac{2}{6}\underline{u}\cdot\underline{v}+\frac{1}{6}\underline{w}\cdot\underline{u}+\frac{2}{6}\underline{w}\cdot\underline{v}$$

$$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\frac{1}{6}\cdot144\cdot+\frac{2}{6}\cdot(-72)+\frac{1}{6}\cdot0+\frac{2}{6}\cdot0$$

$$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=0$$

מכפלה סקלרית לשני וקטורים שווה לאפה, לכן שני הוקטורים מאונכים.

ד. (1) **מצאנו בסעיף א :** $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{2}{3}\underline{v}$

$$|\overrightarrow{AF}|=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{2}{3}\underline{v}\right)^2}$$

$$|\overrightarrow{AF}|=\sqrt{\frac{1}{9}\underline{u}^2+\frac{4}{9}\underline{u}\,\underline{v}+\frac{4}{9}\underline{v}^2}$$

$$|\overrightarrow{AF}|=\sqrt{\frac{1}{9}\cdot144+\frac{4}{9}\cdot(-72)+\frac{4}{9}\cdot144}$$

$$|\overrightarrow{AF}|=\sqrt{48}$$

(2) שטח המשולש ΔAEF :

הוכחנו בסעיף ג (2) ש- $\vec{AE}$ ו- $\vec{AF}$ מאונכים, חישבנו את $|\vec{AF}|$,

נחשב את $|\vec{AE}|$,
$$|\vec{AE}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}\right)^2}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{\frac{1}{4}\underline{u}^2 + \frac{1}{2}\underline{u}\,\underline{w} + \frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot 144 + 0 + \frac{1}{4}\cdot 256}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{100}$$

$$|\vec{AE}| = 10$$

$$S_{\Delta AEF} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{48}\cdot 10$$

$$S_{\Delta AEF} = 20\sqrt{3}$$

3. **א.** **נתון:** $A(0)=80$

$$q=\frac{100+10}{100}$$

$$q=1.1$$

נציב בנוסחה ונקבל: $A(5)=80\cdot 1.1^5$

$$A(5)\approx 129$$

ב. **נתון:** $t=6$

$A(0)=x$ $\quad$ $A(6)=3x$

נציב בנוסחה ונקבל: $3x=x\cdot q^6$

$$3=q^6$$

$$1.2=q$$

נכפול ב- 100, **נקבל:** $1.2\cdot 100=120\%$

מספר המשתמשים בכלי B **יעלה ב-** 20%.

ג. **גרף** II **מתאר את כלי** B **מכיוון שקצב הגידול הוא** $q=1.2$,

וזה גדול מקצב הגידול לכלי A **:** $q=1.1$.

ד. **לפי הנתון מספר המשתמשים בכלי** B **בתחילת** 2030 **:** $129-50=79$

נציב ונקבל: $79\cdot 1.2^{-5}\approx 32$

ה. **הביטוי המתאר מספר האנשים המשתמשים בכלי A :** $80\cdot 1.1^t$

הביטוי המתאר מספר האנשים המשתמשים בכלי B : $79\cdot 1.2^t$

נשווה בין שתי המשוואות: $80\cdot 1.1^t = 32\cdot 1.2^t$

$$\frac{80}{32}=\frac{1.2^t}{1.1^t}$$

$$\frac{80}{32}=\left(\frac{1.2}{1.1}\right)^t$$

$$10.53=t$$

לאחר 10.53 **שנים צפוי שיהיה מספר המשתמשים בכלי** A,

שווה למספר המשתמשים בכלי B.

4. א. נגזור את הפונקציה:

$$f'(x)=-8\cdot e^{2x-1}+(a-8x)\cdot 2\cdot e^{2x-1}$$

$$f'(0)=-8\cdot e^{2\cdot 0-1}+(a-8\cdot 0)\cdot 2\cdot e^{2\cdot 0-1}$$

$$\frac{32}{e}=-8e^{-1}+2ae^{-1}$$

$$32=-8+2a$$

$$40=2a$$

$$20=a$$

הפונקציה היא: $f(x)=(20-8x)\cdot e^{2x-1}$

ב. (1) חיתוך עם ציר y:

$$f(0)=(20-8\cdot 0)\cdot e^{2\cdot 0-1}$$

$$f(0)=\frac{20}{e} \qquad \left(0,\frac{20}{e}\right)$$

חיתוך עם ציר y:

$$0=(20-8x)\cdot e^{2x-1}$$

$$0=20-8x$$

$$8x=20$$

$$x=2.5 \qquad (2.5,0)$$

(2) $$f'(x)=-8\cdot e^{2x-1}+(20-8x)\cdot 2\cdot e^{2x-1}$$

$$f'(x)=e^{2x-1}(-8+40-16x)$$

$$f'(x)=e^{2x-1}(32-16x)$$

$$0=e^{2x-1}(32-16x)$$

$$0=32-16x$$

$$16x=32$$

$$x=2$$

נמצא את שיעור y לנקודת הקיצון:

$$f(2)=(20-8\cdot 2)\cdot e^{2\cdot 2-1}$$

$$f(2)=4e^3 \qquad (2,4e^3)$$

נמצא את סוג נקודת הקיצון:

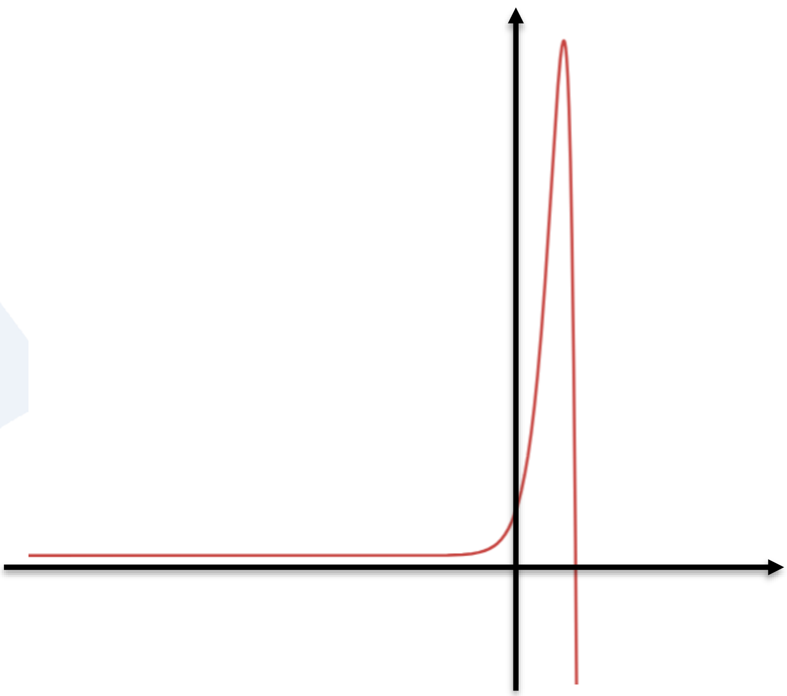
נציב ערכים בנגזרת $f'(x)=e^{2x-1}(32-16x)$ סביב נקודת הקיצון.

הערה: $e^{2x-1}>0$ לכל x , לכן כדי לקבוע את סימני הנגזרת מספיק להציב ב- $(32-16x)$.

x	$2>x$	2	$x>2$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗		↘

קיבלנו כי נקודת הקיצון: $\max(2,4e^3)$

ג.



ד. **נתונה הפונקציה:** $g(x)=8\cdot e^{2x-1}$

הפונקציה חיובית לכל x**, כי** $e^{2x-1}>0$ **לכל** x**, הביטוי הזה מוכפל ב-** 8 **שהוא גם מספר חיובי.**

ה. **נשווה בין שתי הפונקציות** $f(x)$ **ו-** $g(x)$.

$$(20-8x)\cdot e^{2x-1}=8\cdot e^{2x-1}$$

נחלק את שני האגפים ב- e^{2x-1}**, נקבל:**

$$20-8x=8$$

$$12=8x$$

$$1.5=x$$

נציב באחת משתי הפונקציות ונמצא את הרך y **:**

$$g(1.5)=8\cdot e^{2\cdot 1.5-1}$$

$$g(1.5)=8e^{2}$$

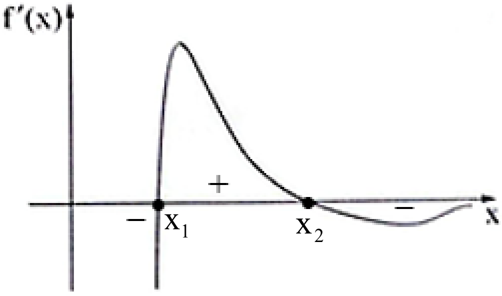
לכן, שיעורי הנקודה A **:** $A\left(1.5,8e^{2}\right)$

ה. **הוכחנו בסעיף ד כי הפונקציה** $g(x)$ **חיובית לכל** x**, לכן נקבל תמיד שטח חיובי.**

$$\int_{0}^{1.5}8e^{2x-1}dx=8\int_{0}^{1.5}e^{2x-1}dx=8\cdot\left[\frac{e^{2x-1}}{2}\right]_{0}^{1.5}=\left[4e^{2x-1}\right]_{0}^{1.5}=4e^{2}-4e^{-1}\approx 28.08$$

5. **א.** **היגד I אינו נכון , כי הנגזרת חותכת את ציר x בשתי נקודות ,**

והיא משנה סימן לפי הסרטוט מצד שמאל.



היגד II אינו נכון, כי נקות המינימום לפי הסרטוט משמאל לנקודת המקסימום.

ב- x_1 **יש נקודת מינימום.**

ב- x_2 **יש נקודת מקסימום.**

לפי הסרטוט $x_1 < x_2$

ב. **נתון כי:** $f(x) = \frac{10(\ell nx)^2}{x^2}$

(1) **אין חיתוך עם ציר** y **לפי תחום ההגדרה:** $x > 0$

חיתוך עם ציר x **:** $0 = \frac{10(\ell nx)^2}{x^2}$

$$0 = 10(\ell nx)^2$$

$$0 = \ell nx$$

$$e^0 = x$$

$$1 = x \qquad (1,0)$$

$$f'(x)=\frac{10\cdot 2\ell nx\cdot\left(\frac{1}{x}\right)\cdot x^2-10(\ell nx)^2\cdot 2x}{(x^2)^2}\quad (2)$$

$$f'(x)=\frac{20x\ell nx-20x(\ell nx)^2}{x^4}$$

$$f'(x)=\frac{20x\ell nx(1-\ell nx)}{x^4}$$

$$0=\frac{20x\ell nx(1-\ell nx)}{x^4}$$

$$0=20x\ell nx(1-\ell nx)$$

$20x\ell nx=0$ **או** $0=1-\ell nx$

$\ell nx=0$ $\quad\quad$ $\ell nx=1$

$x=1$ $\quad\quad$ $x=e$

נמצא את ערך ה- y : $f(e)=\frac{10(\ell ne)^2}{e^2}$

$f(e)=\frac{10}{e^2}$ $\quad\quad$ $\left(e,\frac{10}{e^2}\right)$

$f(1)=0$ $\quad\quad$ $(1,0)$

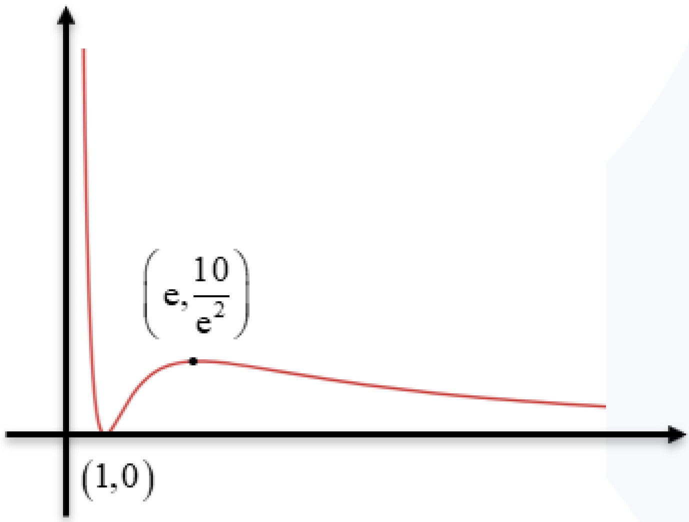
נמצא את סוג הקיצון לפי הטבלה:

x	0	$0<x<1$	1	$1<x<e$	e	$x>e$
$f'(x)$	**לא מוגדר**	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	**לא מוגדר**	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

(3) **תחומי עלייה:** $1<x<e$

תחומי ירידה: $0<x<1$ **או** $x>e$

ג.



ד. (1) **נתונה הפונקציה:** $g(x)=f(x-6)$

לפי הנתון, הפונקציה $g(x)$ **היא הפונקציה** $f(x)$ **מוזזת** 6 **יחידות לצד ימין.**

תחום ההגדרה הוא: $x-6>0$

$x>6$

(2) **מכיוון שהפונקציה** $g(x)$ **מוזזת ימינה** 6 **יחידות, נוסיף** 6 **לערך**

ה- x **לנקודות הקיצון לפונקציה** $f(x)$: $\left(e+6,\frac{10}{e^2}\right)$ $(1+6,0)$

שיעורי נקודת הקיצון: $\min(7,0)$ $\max\left(e+6,\frac{10}{e^2}\right)$