

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

קיץ תשפ"ו 2026, מועד ב', שאלון 35472 (גרסה א)

הפתרון נכתב על ידי יוסף שבאט

1. א. נתון שמספר הבקבוקים בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים

בשבוע הראשון:

$$a_4 = 3.375a_1$$

$$a_1 \cdot q^3 = 3.375a_1$$

$$q^3 = 3.375$$

$$q = 1.5$$

ב. נתון כי מספר הבקבוקים שאספו התלמידים בשבוע הראשון והשבוע החמישי

היה 2,425.

$$a_1 + a_5 = 2,425$$

$$a_1 + a_1 \cdot (1.5)^4 = 2,425$$

$$6.0625a_1 = 2,425$$

$$a_1 = 400$$

תלמידי כיתה י"ב אספו 400 בקבוקים.

ג. נסדר את הנתונים של הסעיף:

$$S_{18} = 6,300 \quad b_2 = 230 \quad n = 18$$

$$b_2 = b_1 + d$$

$$230 = b_1 + d$$

$$230 - d = b_1$$

נציב בנוסחת סכום איברי סדרה חשבונית :

$$6,300 = \frac{[2 \cdot (230 - d) + 17d] \cdot 18}{2}$$

$$700 = 460 - 2d + 17d$$

$$240 = 15d$$

$$16 = d$$

ד. בסעיף ג נתון כי סך כל הבקבוקים של כיתה י"ב 2 6,300 בקבוקים.

נחשב את מס הבקבוקים של כיתה י"ב (1) :

$$S_5 = \frac{400 \cdot (1.5^5 - 1)}{1.5 - 1}$$

$$S_5 = \frac{400 \cdot (7.59375 - 1)}{0.5}$$

$$S_5 = 5,275$$

סה"כ בקבוקים שאספו שתי הכיתות ביחד : $6,300 + 5,275 = 11,575$

נתון כי קיבלו החזר של 0.3 שקל עבור כל בקבוק, לכן הם קיבלו סה"כ :

$$11,575 \cdot 0.3 = 3,472.5$$

כן, הסכום יספיק למימון המסיבה.

2. א. נתון: $\overrightarrow{A'E} = \frac{3}{4} \overrightarrow{A'C'}$

$$\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'}$$

$$\overrightarrow{A'C'} = \underline{u} + \underline{v}$$

$$\overrightarrow{A'E} = \frac{3}{4} \cdot (\underline{u} + \underline{v})$$

$$\overrightarrow{A'E} = \frac{3}{4} \underline{u} + \frac{3}{4} \underline{v}$$

נמצא את $\overrightarrow{FE}$,

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'E}$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{1}{2} \underline{v} - \underline{u} + \underline{w} + \frac{3}{4} \underline{u} + \frac{3}{4} \underline{v}$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{1}{4} \underline{u} + \frac{1}{4} \underline{v} + \underline{w}$$

ב. נתון כי: $|\underline{u}| = 4$ $|\underline{v}| = 4$

$$|\overrightarrow{A'E}| = \sqrt{\left(\frac{3}{4} \underline{u} + \frac{3}{4} \underline{v}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{16} |\underline{u}|^2 + 2 \cdot \frac{9}{16} \underline{u} \cdot \underline{v} + \frac{9}{16} |\underline{v}|^2}$$

$$|\overrightarrow{A'E}| = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot 16 + 0 + \frac{9}{16} \cdot 16} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

ג. נתון כי: $|\overrightarrow{A'E}| = |\overrightarrow{FE}|$

$$|\overrightarrow{FE}| = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}u + \frac{1}{4}v + w\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}|u|^2 + \frac{1}{16}|v|^2 + |w|^2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{\frac{1}{16} \cdot 16 + \frac{1}{16} \cdot 16 + |w|^2}$$

נעלה את שני האפים בריבוע:

$$18 = 2 + |w|^2$$

$$16 = |w|^2$$

$$4 = |w|$$

ד. $\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{A'C'} = \left(-\frac{1}{4}u + \frac{1}{4}v + w\right) \cdot \left(u + v\right) \quad (1)$

$$\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{A'C'} = -\frac{1}{4}|u|^2 + \frac{1}{4}|v|^2$$

$$\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{A'C'} = -\frac{1}{4} \cdot 16 + \frac{1}{4} \cdot 16 = -4 + 4 = 0$$

מכיוון שהמכפלה הסקלרית היא 0 הווקטורים מאונכים.

(2) לפי נוסחת שטח משולש:

$$S_{\Delta A'FC'} = \frac{|\overrightarrow{A'C'}| \cdot |\overrightarrow{FE}|}{2}$$

הגובה: $|\overrightarrow{FE}| = 3\sqrt{2}$

$$|\overrightarrow{A'C'}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$S_{\Delta A'FC'} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} = \frac{12 \cdot 2}{2} = 12$$

3. א. ההפרש בין שנת 2000 לשנת 2001 : $A_0 - A_0 \cdot q = A_0 \cdot (1 - q)$

ההפרש בין שנת 2001 לשנת 2002 : $A_0 \cdot q - A_0 \cdot q^2 = A_0 q \cdot (1 - q)$

ניתן לראות בבירור כי ההפרש השני שווה להפרש הראשון כפול q .

מכיוון ש- $q < 1$, ההפרש השני יהיה קטן יותר מההפרש הראשון.

ב. נתון : כמות התחלתית באזור A : $A_0 = 253,000$

$$q = 0.95$$

כמות התחלתית באזור B : $B_0 = 313,000$

בתחילת שנת 2010 כמות הפינגווינים שווה בשני האזורים :

$$253,000 \cdot (0.95)^{10} = 313,000 \cdot (q_B)^{10}$$

$$\frac{253,000 \cdot (0.95)^{10}}{313,000} = (q_B)^{10}$$

$$0.93 = q_B$$

אחוז הדעיכה באזור B : $(1 - 0.93) \cdot 100 = 7\%$

ג. נציב בנוסחה : $313,000 \cdot (0.93)^t = 98,000$

$$(0.93)^t = \frac{98,000}{313,000}$$

$$(0.93)^t = 0.3131$$

$$t = \frac{\ln(0.3131)}{\ln(0.93)} = 16$$

מספר הפינגווינים יהיה 98,000 לאחר 16 שנים מתחילת שנת 2000.

ד. כלומר גורם הגידול החדש הוא A מתחילת שנת 2018.

מספר הפינגווינים באזור גדל ב- 2% בכל שנה $q = 1 + 0.02 = 1.02$

$$A(t) = 1.17 \cdot A_{2018}$$

$$A_{2018} \cdot (1.02)^t = 1.17 \cdot A_{2018}$$

$$(1.02)^t = 1.17$$

$$t = \frac{\ln 1.17}{\ln 1.02} = 7.93$$

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = (3x^2 - a) \cdot e^x$

א. נתון כי: $f'(1) = 0$

$$f'(x) = 6x \cdot e^x + (3x^2 - a) \cdot e^x$$

$$f'(x) = e^x (3x^2 + 6x - a)$$

$$e^1 (3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - a) = 0$$

$$9 - a = 0$$

$$9 = a$$

ב. $f(x) = (3x^2 - 9) \cdot e^x$

$$f'(x) = e^x (3x^2 + 6x - 9)$$

$$0 = e^x (3x^2 + 6x - 9)$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$x_2 = -3 \quad \text{או} \quad x_1 = 1$$

$$f(-3) = \frac{18}{e^3} \quad f(1) = -6e$$

$$\left(-3, \frac{18}{e^3}\right) \quad (1, -6e)$$

x	$-3 > x$	-3	$-3 < x < 1$	1	$x > 1$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{18}{e^3}$	↘	-6e	↗

ג. חיתוך עם ציר y : $f(0) = -9$ $(0, -9)$

חיתוך עם ציר x : $f(x) = (3x^2 - 9) \cdot e^x$

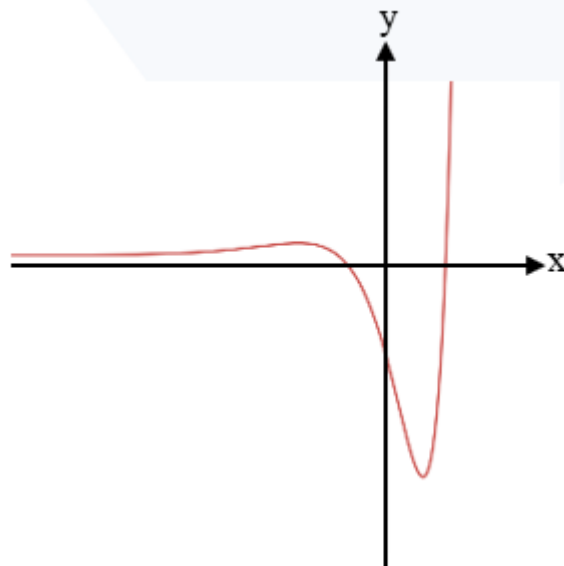
$$0 = (3x^2 - 9) \cdot e^x$$

$$0 = 3x^2 - 9$$

$$9 = 3x^2$$

$$3 = x^2$$

$$(\pm\sqrt{3}, 0) \quad (\sqrt{3}, 0) \quad (-\sqrt{3}, 0)$$



ה. (1) גרף IV הוא הגרף המתאים.

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x נוצר "שפיץ", כי בתחום $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$, הפונקציה שלילית ולכן חלק זה מתקף כלפי מעלה כך שנקודת במינימום הופכת להיות מקסימום, ואת נקודת החיתוך עם ציר y תהיה $(0,9)$.

(2) נקודות הקיצון של $g(x)$:

נקודת מקסימום $\left(-3, \frac{18}{e^3}\right)$

נקודת מינימום $(-\sqrt{3}, 0)$

נקודת מינימום $(\sqrt{3}, 0)$

נקודת מקסימום $(1, 6e)$

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{-6+4\ln x}$

א. $x > 0$ וגם $-6+4\ln x \neq 0$

$$4\ln x \neq 6$$

$$\ln x \neq 1.5$$

$$x \neq e^{1.5}$$

תחום ההגדרה: $0 < x < e^{1.5}$ או $x > e^{1.5}$

$$x = e^{1.5} \quad (2)$$

ב. $\frac{x^2}{-6+4\ln x} = 0$

אין חיתוך עם ציר x כי לפי תחום ההגדרה $x > 0$.

ג. $f'(x) = \frac{2x \cdot (-6+4\ln x) - x^2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{x}}{(-6+4\ln x)^2} \quad (1)$

$$f'(x) = \frac{-12x + 8x \ln x - 4x}{(-6+4\ln x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{8x \ln x - 16x}{(-6+4\ln x)^2}$$

$$\frac{8x \ln x - 16x}{(-6+4\ln x)^2} = 0$$

$$8x \ln x - 16x = 0$$

$$8x(\ln x - 2) = 0$$

$$\ln x - 2 = 0$$

$$\ln x = 2$$

$$f(e^2) = \frac{(e^2)^2}{-6+4\ln(e^2)} = \frac{e^4}{-6+4 \cdot 2} = \frac{e^4}{2} \quad x = e^2$$

x	$0 < x < e^{1.5}$	$x = e^{1.5}$	$e^{1.5} < x < e^2$	$x = e^2$	$x > e^2$
$f'(x)$	–	לא מוגדר	–	0	+
$f(x)$	↘	לא מוגדר	↘	$\frac{e^4}{2}$	↗

ד. (1) גרף III הוא הגרף המתאים, מפני שהוא מתאים לתחומי העלייה והירידה

לפונקציה $f(x)$.

וגרף II הוא הגרף המתאים ל- $f'(x)$.

$$S = \int_{e^2}^{e^3} f'(x) dx = [f(x)]_{e^2}^{e^3} = f(e^3) - f(e^2) = \frac{e^6}{6} - \frac{e^4}{4} = 39.93 \quad (2)$$